

**95% Confidence Intervals for a proportion  $\pi$  based on an observed proportion  $y/n$**

y	n	(L)	(U)	n	(L)	(U)	n	(L)	(U)	n	(L)	(U)	n	(L)	(U)
0	1	0.000	0.975	2	0.000	0.842	3	0.000	0.708	4	0.000	0.602	5	0.000	0.522
0	6	0.000	0.459	7	0.000	0.410	8	0.000	0.369	9	0.000	0.336	10	0.000	0.308
0	12	0.000	0.265	14	0.000	0.232	16	0.000	0.206	18	0.000	0.185	20	0.000	0.168
0	25	0.000	0.137	30	0.000	0.116	35	0.000	0.100	40	0.000	0.088	50	0.000	0.071
0	60	0.000	0.060	70	0.000	0.051	80	0.000	0.045	90	0.000	0.040	100	0.000	0.036
1	2	0.013	0.987	3	0.008	0.906	4	0.006	0.806	5	0.005	0.716	6	0.004	0.641
1	7	0.004	0.579	8	0.003	0.527	9	0.003	0.482	10	0.003	0.445	16	0.002	0.302
1	14	0.002	0.339	16	0.002	0.302	18	0.001	0.273	20	0.001	0.249	22	0.001	0.228
1	25	0.001	0.204	30	0.001	0.172	35	0.001	0.149	40	0.001	0.132	50	0.001	0.106
1	60	0.000	0.089	70	0.000	0.077	80	0.000	0.068	90	0.000	0.060	100	0.000	0.054
2	4	0.068	0.932	5	0.053	0.853	6	0.043	0.777	7	0.037	0.710	8	0.032	0.651
2	9	0.028	0.600	10	0.025	0.556	11	0.023	0.518	12	0.021	0.484	14	0.018	0.428
2	16	0.016	0.383	18	0.014	0.347	20	0.012	0.317	22	0.011	0.292	24	0.010	0.270
2	26	0.009	0.251	28	0.009	0.235	30	0.008	0.221	35	0.007	0.192	40	0.006	0.169
2	50	0.005	0.137	60	0.004	0.115	70	0.003	0.099	80	0.003	0.087	100	0.002	0.070
3	6	0.118	0.882	7	0.099	0.816	8	0.085	0.755	9	0.075	0.701	10	0.067	0.652
3	12	0.055	0.572	14	0.047	0.508	16	0.040	0.456	18	0.036	0.414	20	0.032	0.379
3	22	0.029	0.349	24	0.027	0.324	26	0.024	0.302	28	0.023	0.282	30	0.021	0.265
3	35	0.018	0.231	40	0.016	0.204	45	0.014	0.183	50	0.013	0.165	55	0.011	0.151
3	60	0.010	0.139	70	0.009	0.120	80	0.008	0.106	90	0.007	0.094	100	0.006	0.085
4	8	0.157	0.843	9	0.137	0.788	10	0.122	0.738	11	0.109	0.692	12	0.099	0.651
4	14	0.084	0.581	16	0.073	0.524	18	0.064	0.476	20	0.057	0.437	22	0.052	0.403
4	24	0.047	0.374	26	0.044	0.349	28	0.040	0.327	30	0.038	0.307	32	0.035	0.290
4	35	0.032	0.267	40	0.028	0.237	45	0.025	0.212	50	0.022	0.192	55	0.020	0.176
4	60	0.018	0.162	70	0.016	0.140	80	0.014	0.123	90	0.012	0.110	100	0.011	0.099
5	10	0.187	0.813	11	0.167	0.766	12	0.152	0.723	14	0.128	0.649	16	0.110	0.587
5	18	0.097	0.535	20	0.087	0.491	22	0.078	0.454	24	0.071	0.422	26	0.066	0.394
5	28	0.061	0.369	30	0.056	0.347	32	0.053	0.328	35	0.048	0.303	40	0.042	0.268
5	45	0.037	0.241	50	0.033	0.218	55	0.030	0.200	60	0.028	0.184	65	0.025	0.170
5	70	0.024	0.159	75	0.022	0.149	80	0.021	0.140	90	0.018	0.125	100	0.016	0.113
6	12	0.211	0.789	13	0.192	0.749	14	0.177	0.711	15	0.163	0.677	16	0.152	0.646
6	18	0.133	0.590	20	0.119	0.543	22	0.107	0.502	24	0.098	0.467	26	0.090	0.436
6	28	0.083	0.410	30	0.077	0.386	35	0.066	0.336	40	0.057	0.298	45	0.051	0.268
6	50	0.045	0.243	55	0.041	0.222	60	0.038	0.205	65	0.035	0.190	70	0.032	0.177
6	75	0.030	0.166	80	0.028	0.156	85	0.026	0.147	90	0.025	0.139	100	0.022	0.126
7	14	0.230	0.770	15	0.213	0.734	16	0.198	0.701	17	0.184	0.671	18	0.173	0.643
7	20	0.154	0.592	22	0.139	0.549	24	0.126	0.511	26	0.116	0.478	28	0.107	0.449
7	30	0.099	0.423	35	0.084	0.369	40	0.073	0.328	45	0.065	0.295	50	0.058	0.267
7	55	0.053	0.245	60	0.048	0.226	65	0.044	0.209	70	0.041	0.195	75	0.038	0.183
7	80	0.036	0.172	85	0.034	0.162	90	0.032	0.154	95	0.030	0.146	100	0.029	0.139
8	16	0.247	0.753	17	0.230	0.722	18	0.215	0.692	19	0.203	0.665	20	0.191	0.639
8	22	0.172	0.593	24	0.156	0.553	26	0.143	0.518	28	0.132	0.487	30	0.123	0.459
8	32	0.115	0.434	35	0.104	0.401	40	0.091	0.356	45	0.080	0.321	50	0.072	0.291
8	55	0.065	0.267	60	0.059	0.246	65	0.055	0.228	70	0.051	0.213	75	0.047	0.199
8	80	0.044	0.188	85	0.042	0.177	90	0.039	0.168	95	0.037	0.159	100	0.035	0.152
9	18	0.260	0.740	19	0.244	0.711	20	0.231	0.685	21	0.218	0.660	22	0.207	0.636
9	23	0.197	0.615	24	0.188	0.594	26	0.172	0.557	28	0.159	0.524	30	0.147	0.494
9	32	0.137	0.467	35	0.125	0.433	40	0.108	0.385	45	0.096	0.346	50	0.086	0.314
9	55	0.078	0.288	60	0.071	0.266	65	0.065	0.247	70	0.061	0.230	75	0.056	0.216
9	80	0.053	0.203	85	0.050	0.192	90	0.047	0.181	95	0.044	0.172	100	0.042	0.164

**EXAMPLE:** (Also, see notes on continuation page)

If observe a proportion  $y/n = 9/20 = 0.45$ , the 95% Clopper-Pearson CI for  $\pi$  is (0.231 to 0.685) or (23.1% to 68.5%).

**95% Confidence Intervals for a proportion  $\pi$  based on an observed proportion  $y/n$**

y	n	(L)	(U)	n	(L)	(U)	n	(L)	(U)	n	(L)	(U)	n	(L)	(U)
10	20	0.272	0.728	21	0.257	0.702	22	0.244	0.678	23	0.232	0.655	24	0.221	0.634
10	25	0.211	0.613	26	0.202	0.594	27	0.194	0.576	28	0.186	0.559	30	0.173	0.528
10	32	0.161	0.500	35	0.146	0.463	40	0.127	0.412	45	0.112	0.371	50	0.100	0.337
10	60	0.083	0.285	70	0.071	0.247	80	0.062	0.218	90	0.055	0.195	100	0.049	0.176
11	22	0.282	0.718	23	0.268	0.694	24	0.256	0.672	25	0.244	0.651	26	0.234	0.631
11	30	0.199	0.561	35	0.169	0.493	40	0.146	0.439	45	0.129	0.395	50	0.115	0.360
11	55	0.104	0.330	60	0.095	0.304	65	0.088	0.283	70	0.081	0.264	75	0.076	0.247
11	80	0.071	0.233	85	0.066	0.220	90	0.063	0.208	95	0.059	0.198	100	0.056	0.188
12	24	0.291	0.709	25	0.278	0.687	26	0.266	0.666	27	0.255	0.647	28	0.245	0.628
12	29	0.235	0.611	30	0.227	0.594	35	0.191	0.522	40	0.166	0.465	45	0.146	0.419
12	50	0.131	0.382	55	0.118	0.350	60	0.108	0.323	65	0.099	0.300	70	0.092	0.280
12	75	0.086	0.263	80	0.080	0.247	85	0.075	0.234	90	0.071	0.221	100	0.064	0.200
13	26	0.299	0.701	27	0.287	0.681	28	0.275	0.661	29	0.264	0.643	30	0.255	0.626
13	31	0.245	0.609	32	0.237	0.594	35	0.215	0.551	40	0.186	0.491	45	0.164	0.443
13	50	0.146	0.403	55	0.132	0.370	60	0.121	0.342	65	0.111	0.318	70	0.103	0.297
13	75	0.096	0.278	80	0.089	0.262	85	0.084	0.247	90	0.079	0.234	100	0.071	0.212
14	28	0.306	0.694	29	0.294	0.675	30	0.283	0.657	31	0.273	0.640	32	0.264	0.623
14	33	0.255	0.608	34	0.246	0.593	35	0.239	0.579	40	0.206	0.517	45	0.182	0.466
14	50	0.162	0.425	55	0.147	0.390	60	0.134	0.360	65	0.123	0.335	70	0.114	0.313
14	75	0.106	0.293	80	0.099	0.276	85	0.093	0.261	90	0.088	0.247	100	0.079	0.224
15	30	0.313	0.687	31	0.302	0.669	32	0.291	0.653	33	0.281	0.636	34	0.272	0.621
15	35	0.263	0.606	38	0.240	0.566	40	0.227	0.542	45	0.200	0.490	50	0.179	0.446
15	55	0.161	0.410	60	0.147	0.379	65	0.135	0.352	70	0.125	0.329	75	0.116	0.308
15	80	0.109	0.290	85	0.102	0.274	90	0.096	0.260	95	0.091	0.247	100	0.086	0.235
16	32	0.319	0.681	33	0.308	0.665	34	0.298	0.649	35	0.288	0.634	36	0.279	0.619
16	37	0.271	0.605	38	0.263	0.592	40	0.249	0.567	45	0.219	0.512	50	0.195	0.467
16	55	0.176	0.429	60	0.161	0.397	65	0.148	0.369	70	0.137	0.344	75	0.127	0.323
16	80	0.119	0.304	85	0.112	0.288	90	0.105	0.273	95	0.099	0.259	100	0.094	0.247
17	34	0.324	0.676	35	0.314	0.660	36	0.304	0.645	37	0.295	0.631	38	0.286	0.617
17	39	0.278	0.604	40	0.270	0.591	42	0.256	0.567	45	0.238	0.535	50	0.212	0.488
17	55	0.191	0.448	60	0.175	0.414	65	0.160	0.385	70	0.148	0.360	75	0.138	0.338
17	80	0.129	0.318	85	0.121	0.301	90	0.114	0.285	95	0.108	0.271	100	0.102	0.258
18	36	0.329	0.671	37	0.319	0.656	38	0.310	0.642	39	0.301	0.628	40	0.293	0.615
18	41	0.285	0.603	42	0.277	0.590	43	0.270	0.579	45	0.257	0.557	50	0.229	0.508
18	55	0.207	0.467	60	0.188	0.432	65	0.173	0.402	70	0.160	0.376	75	0.149	0.353
18	80	0.139	0.332	85	0.131	0.314	90	0.123	0.298	95	0.116	0.283	100	0.110	0.269
19	38	0.334	0.666	39	0.324	0.652	40	0.315	0.639	41	0.307	0.626	42	0.298	0.613
19	43	0.291	0.601	44	0.283	0.590	45	0.277	0.578	48	0.258	0.547	50	0.247	0.528
19	55	0.222	0.486	60	0.203	0.450	65	0.186	0.418	70	0.172	0.391	75	0.160	0.367
19	80	0.149	0.346	85	0.140	0.327	90	0.132	0.310	95	0.125	0.295	100	0.118	0.281
20	40	0.338	0.662	41	0.329	0.649	42	0.320	0.636	43	0.312	0.623	44	0.304	0.612
20	45	0.296	0.600	46	0.289	0.589	47	0.283	0.578	48	0.276	0.568	50	0.264	0.548
20	55	0.238	0.504	60	0.217	0.467	65	0.199	0.434	70	0.184	0.406	75	0.171	0.381
20	80	0.160	0.359	85	0.150	0.340	90	0.141	0.322	95	0.134	0.306	100	0.127	0.292

**NOTES:** This (commonly used) Clopper-Pearson Method is one of several slightly different methods of forming a CI ( )  
 This method finds the value (L) such that  $\text{Prob}[y/n | (L)] = 0.025$  and (U) such that  $\text{Prob}[y/n | (U)] = 0.025$   
 Rather than find by trial and error, can use link between Binomial & F distributions (Liddell J Epi/Comm H 37 p82-84 1983)  
 viz.  $(L) = y / (y + (n - y + 1)F)$  where F is the upper 0.025 value of the F distribution with

numerator degrees of freedom  $2(n - y + 1)$  and denominator degrees of freedom  $2 * y$   
 $(U) = (y + 1) / ((y + 1)F + (n - y))$  where F is the upper 0.025 value of the F distribution with  
 numerator degrees of freedom  $2(y + 1)$ , and denominator degrees of freedom  $2 * (n - y)$

The F values can be found in statistical tables or from the InverseF function in spreadsheets/statistical packages.

Layout of Table copied from Table I in Mainland: Elementary Medical Statistics

**EXAMPLE:** If  $y/n = 9/20 = 0.45$ , the 95% Clopper-Pearson CI for  $\pi$  is (0.231 to 0.685) or (23.1% to 68.5%).

Can check that  $\text{Prob}[9/20 | \pi = 0.231] = 0.025$  and  $\text{Prob}[9/20 | \pi = 0.685] = 0.025$

Limits were computed using  $F = F(0.025, 24df, 18df) = 2.503$  for (L) and  $F = F(0.025, 20df, 22df) = 2.389$  for (U)